

基于 1stOpt 的强度准则的对比研究

杨 群¹, 郭 东²

(1.成都师范学院 物理与工程技术学院, 成都 611130; 2.天津大学 建筑工程学院, 天津 300072) *

摘要: Hoek-Brown 强度准则和 Mohr-Coulomb 强度准则自提出以来, 被广泛应用于岩石工程, 但是由于它没有考虑中间主应力的影响, 在理论和实际应用上存在不足之处。为此, 许多学者对此问题进行了相关研究。俞茂宏、咎月稳等综合统一强度理论和 Hoek-Brown 强度准则的优点, 提出了一种用于岩石的非线性统一强度理论。该理论考虑岩石拉压强度相差较大的特点, 也考虑了中间主应力效应, 并且其子午线是非线性的。文章将岩石非线性统一强度理论与 Hoek-Brown 强度准则和 Mohr-Coulomb 强度准则进行对比分析, 探讨这些强度准则之间的关系。通过 1stOpt 软件对 6 种岩石的真三轴试验数据的拟合分析可知, 岩石非线性统一强度理论与试验结果吻合较好, 能够较高精度地评估岩石的真三轴试验强度。

关键词: Hoek-Brown 强度准则; Mohr-Coulomb 强度准则; 非线性统一强度理论; 1stOpt

doi: 10.3969/j.issn.2095-5642.2017.05.118

中图分类号: TU45

文献标志码: A

文章编号: 2095-5642(2017)05-0118-07

1 引言

在岩石工程中, 岩体强度是工程设计的重要参数, 它关系到工程的经济性和安全性, 故岩体强度的研究一直是岩石力学界的关注点, 而岩石的强度理论则是研究岩体强度的基础^[1]。多年来, 各国学者提出了众多的强度准则^[2], 如 Tresca 屈服准则、Miser 准则、Griffith 准则、Lade 准则、SMP (Spatially Mobilized Plane) 准则等。在众多强度准则中, 以 Mohr-Coulomb 强度准则和 Hoek-Brown 强度准则应用最为广泛, 但是这两种强度准则都没有考虑中间主应力的影响, 不能代表岩石在三向应力状态下的强度理论, 而研究证明在隧道和地下工程中, 中间主应力效应是非常显著的^[3]。

为解决这些问题, 近 30 年来广大研究者, 尤其是中国学者倾注了极大的精力, 并取得了显著成果^[4]。俞茂宏提出的统一强度理论^[5], 能够较好地反映材料在三维应力状态下的屈服破坏面, 适应于拉压强度不等的岩石材料, 且反映了中间主应力效应及其区间性。但是该强度理论的子午线是直线, 而真三轴试验结果显示在高压区子午线是非线性。为了更好地适应岩石的非线性特性, 俞茂宏和咎月稳^[6]综合统一强度理论和 Hoek-Brown 强度准则的优点, 提出了一种用于岩石的非线性统一强度准则。该准则考虑岩石拉压强度相差较大的特点, 也考虑了中间主应力效应及其区间性, 并且其子午线是非线性的, 参数也与 Hoek-Brown 强度准则的参数一致, 可以用岩石的常规三轴试验结果按 Hoek-Brown 提出的回归公式得出。该准则还可推广到岩体或节理化岩体。

本文将非线性统一强度理论与 Hoek-Brown 强度准则和 Mohr-Coulomb 强度准则进行对比分析, 进而探讨这些强度准则之间的关系。

* 收稿日期: 2016-12-21

作者简介: 杨群(1982—), 女, 四川资阳人, 副教授, 硕士, 研究方向: 岩土工程专业;

郭东(1993—), 男, 山西忻州人, 硕士研究生, 研究方向: 岩土工程。

2 强度准则介绍

2.1 Hoek-Brown 强度准则

Hoek-Brown 强度准则是由 E.Hoek 和 E.T.Brown^[7]于 1980 年首次提出的,它是基于 Griffith 和修正 Griffith 强度准则,通过统计分析大量岩石三轴试验资料和岩体现场试验结果得出的经验强度准则,可反映岩石破坏时极限主应力间的非线性经验关系,其表达式为:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(m_i \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{0.5} \quad (1)$$

式中: σ_1 , σ_3 分别为最大、最小主应力(MPa); σ_c 为岩石单轴抗压强度(MPa); m_i 为岩石无量纲的经验参数,反映岩石的软硬程度,取值范围为 0.001~25.0。 s 反映岩体破碎程度的无量纲的经验参数,取值范围 0.0~1.0,对于完整的岩石 $s = 1.0$ 。

随后, E. Hoek 等^[8]对参数取值和表达式进行了不断修正,使其可同时应用于岩石和岩体,称之为广义 Hoek-Brown 岩体强度准则,其表达式为:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (2)$$

式中: m_b , s , a 为反映岩体特征的经验参数,其中 m_b 为岩体折减参数 s 为岩石破碎程度参数,取值范围为 0.0~1.0, a 为与岩体质量有关的参数。

Hoek-Brown 强度准则可以应用于岩石和岩体,参数可通过常规室内试验、矿物组成和不连续面描述获取,可以反映岩石和岩体固有的非线性破坏特点,以及结构面、应力状态对强度的影响,能够解释低应力区、拉应力区和最小主应力对强度的影响,并可适用于各向异性岩体的描述等^[9]。但是 Hoek-Brown 强度准则和广义 Hoek-Brown 强度准则的最大缺点是都没有考虑中间主应力的影响,故而不能很好地符合真三轴试验结果。

2.2 Mohr-Coulomb 强度准则

1990 年 Mohr 对 Coulomb 于 1773 年提出的库伦准则进行了完善和补充,对 Mohr-Coulomb 强度理论进行了全面阐述,标志着该理论的正式建立。此后,世界各国的学者对该准则不断进行实验、验证、发展、修正、完善,使得该准则成为过去 100 多年来应用最为广泛的岩石强度准则^[10]。

其基本表达式为:

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad (3)$$

$$\sigma_1 = 2c \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 \quad (4)$$

式中, σ , τ 分别为正应力和剪应力 c , φ 分别为岩石的粘聚力和内摩擦角。

Mohr-Coulomb 强度准则具有很多的优点,如使用简单、方便,在土力学中应用非常广泛,也适用于脆性岩石和塑性岩石的剪切破坏,可考虑拉伸、压缩和剪切等多种破坏形式。但同 Hoek-Brown 强度准则一样,它忽视了中间主应力的影响,不能很好地符合真三轴试验结果。

2.3 岩石非线性统一强度理论

岩石非线性统一强度理论是笄月稳教授和我国著名力学家俞茂宏教授、王思敬院士于 2002 年提出的^[6],该强度理论综合了统一强度理论和 Hoek-Brown 强度准则的优点。根据统一强度理论处理中间主应力(σ_2)效应区间性的方法,将 σ_2 效应的区间性通过双剪函数表示为:

$$F = \left[\sigma_1 - \frac{1}{1+b} (\sigma_2 + \sigma_3) \right]^2 - \frac{m}{1+b} (\sigma_2 + \sigma_3) - s \sigma_c^2 = 0 \quad F \geq F' \quad (5a)$$

$$F' = \left[\frac{1}{1+b} (\sigma_1 + \sigma_2) - \sigma_3 \right]^2 - m \sigma_c \sigma_3 - s \sigma_c^2 = 0 \quad F' \geq F \quad (5b)$$

式中 b 为反映中间主应力对材料破坏影响的参数; c , m , s 与 Hoek-Brown 强度准则中的参数相同。

当 $b=0$ 时,式(5a)和式(5b)相等,即完整岩石($s=1$)的 Hoek-Brown 强度准则:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = m c \sigma_3 + c^2 \tag{6}$$

当 $b=1$ 时,不考虑中间主应力的区间性,式(5a)就变为 Bhawani Singh 等人提出的公式^[5]($s=1$)。

根据式(5)可绘制出 π 平面破坏极限线,如图 1 所示。

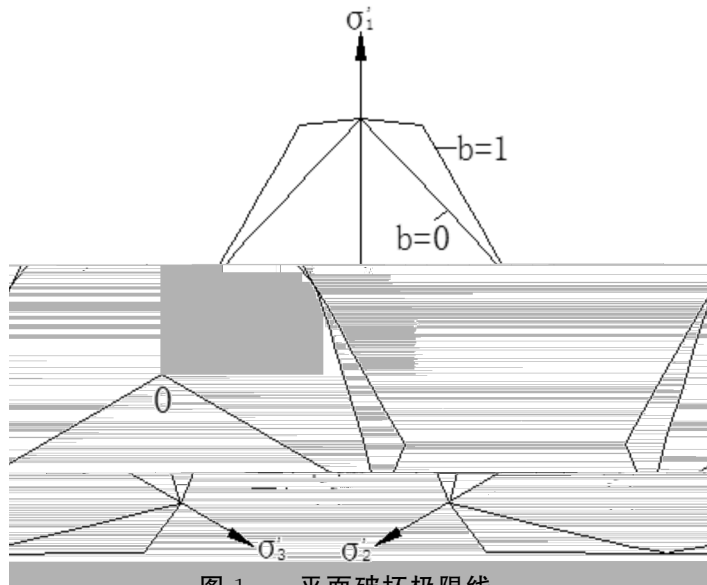


图 1 π 平面破坏极限线

可见,在 π 平面上, $b=0$ 对应于 Hoek-Brown 强度准则,即屈服或破坏极限线的下限,中间主应力作用为零;而 $b=1$ 即岩石的非线性双剪强度准则,中间主应力作用最大,两者分别构成岩石的屈服或破坏极限线的下限和上限。从 $b=0$ 到 $b=1$ 之间的曲线族,反映了中间主应力效应的大小。当 b 从 0 变化到 1 的过程中,包含了一系列非线性强度准则。

3 三种强度准则的对比分析

为了将岩石非线性统一强度理论与 Hoek-Brown 强度准则以及 Mohr-Coulomb 强度准则进行比较,在网上公开发表文献^[11]中选取 6 种岩石(角闪岩、白云岩、石灰岩、砂岩、大理岩以及粗面岩)的真三轴试验数据,通过计算不同 σ_2 和 σ_3 情况下的 σ_1 值,分析与试验数据间的误差,从而对比该强度准则的准确性。

针对 Hoek-Brown 强度准则和 Mohr-Coulomb 强度准则没有考虑中间主应力的问题, Singh B^[3]提出了用 σ_2 和 σ_3 的平均值代替强度准则公式中 σ_3 的方法来处理,这种处理方法已经得到许多学者的应用和认可。

这样完整岩石的 Hoek-Brown 强度准则可写成下式:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} + c \left(m \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2c} + 1 \right)^{0.5} \tag{7}$$

Mohr-Coulomb 强度准则可写为:

$$\sigma_1 = 2c \sqrt{\frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi}} + \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \left(\frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \right) \tag{8}$$

3.1 参数拟合

三种强度准则都存在强度参数,需先根据试验数据进行参数拟合。在拟合时,许多学者提出了不同的拟合目标,例如:石祥超^[12]等认为以最小平均标准差为拟合目标来对强度参数进行拟合得到的结果最精确;尤明庆^[13]选取的拟合目标为最小平均偏差;张耀平^[14]采用稳健回归的分析方法来对强度准则参数进行拟合。本文以偏差的绝对值最小为强度参数的拟合目标,通过 1stOpt 软件的通用全局优化算法来对强度准则参数

进行拟合。该软件在进行参数拟合时,无需人为设定参数初始值即可对输入的原始数据进行计算,求解出最佳拟合参数。目前,全局优化算法已在各学术领域得到广泛的应用。

拟合目标的数学表达式为:

$$d = \sum_{i=1}^N |f(\sigma_3) - \sigma_1^{test}| \quad (9)$$

用平均相对误差来评价强度理论精度,其数学表达式为:

$$m_e = \frac{\sum_{i=1}^N \left| \frac{f(\sigma_3) - \sigma_1^{test}}{\sigma_1^{test}} \right|}{N} \times 100\% \quad (10)$$

式中: d 代表拟合偏差绝对值之和; $f(\sigma_3)$ 代表强度准则计算得到的 σ_1 值、 σ_1^{test} 代表岩石真三轴试验中的 σ_1 值; N 为试验组数。

3.2 计算步骤

(1)将岩石的真三轴试验数据代入相应的强度准则公式中,在 1stOpt 软件中用通用全局优化法和麦夸特法以偏差的绝对值最小为拟合目标,通过计算,拟合出未知参数;

(2)根据拟合结果,即可得到该强度准则对于该种岩石具体的强度表达式,并用该表达式计算该种岩石在不同围压下真三轴强度;

(3)将上一步中得到的计算强度与试验强度进行比较,并计算出平均相对误差 m_e 。

例如,在 1stOpt 软件中,将白云岩的试验数据输入 Mohr-Coulomb 强度准则中,对参数 $\sin \phi$ 和 c 进行拟合,拟合结果为 $\sin \phi = 0.36$ $c = 135 \text{ KPa}$ 。这样式(8)可写成:

$$\sigma_1 = 393.59 + 1.0625(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (11)$$

根据式(11),计算出不同 σ_2 和 σ_3 下对应的 σ_1 ,与实验中的 σ_1^{test} 进行对比,计算出白云岩的平均相对误差 $m_e = 7.8\%$ 。

3.3 计算结果

将角闪岩、白云岩、石灰岩、砂岩、大理岩、粗面岩的三轴试验数据分别代入 Hoek-Brown 强度准则、岩石非线性统一强度理论以及 Mohr-Coulomb 强度准则中进行拟合,得出评估强度的平均相对误差值,如表 1 所示。

表 1 六种岩石在各强度理论下的平均相对误差 m_e (%)

	Mohr-Coulomb 强度准则	Hoek-Brown 强度准则	非线性统一强度理论
角闪岩	30	31	7.6
白云岩	7.8	11.6	3.3
石灰岩	7.4	7.6	4.1
砂岩	15.5	18.3	5.6
大理岩	9.9	30	10.4
粗面岩	14.8	15	3.3

从表 1 可以很明显的看出,岩石非线性统一强度理论与其它两种强度准则相比,其平均相对误差是最小的,对 6 种岩石而言,其平均相对误差最大为 10.4%,最小为 3.3%,跟试验数据吻合得较好。

利用拟合出的参数,将 σ_2 和 σ_3 代入 Hoek-Brown 强度准则、岩石非线性统一强度理论和 Mohr-Coulomb 强度准则中,计算出 σ_1 ,做出折线图与试验数据进行对比。由于试验数据较多,折线图中只采用试验数据中不同围压(σ_3)下的几组数据,不同岩石在各强度准则下评估的岩石强度结果见图 2—图 7。下图中的 H-B 准则即 Hoek-Brown 强度准则;M-C 准则即 Mohr-Coulomb 强度准则;统一强度理论即岩石非线性统一强度理论。

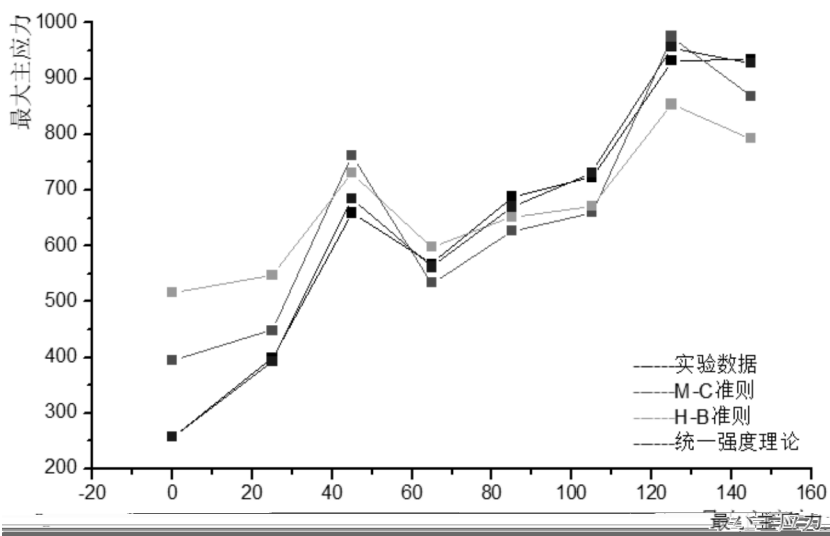


图2 白云岩三轴试验数据与三种强度准则的对比

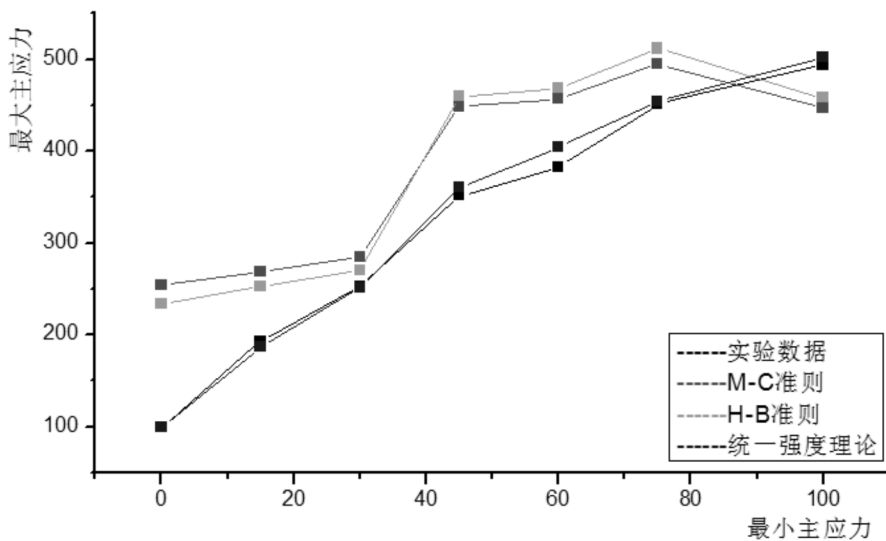


图3 粗面岩三轴试验数据与三种强度准则的对比

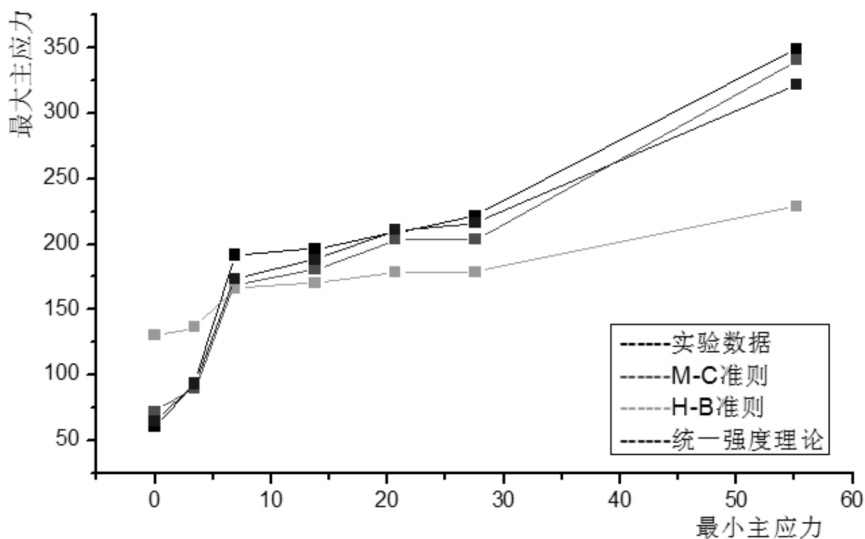


图4 大理岩三轴试验数据与三种强度准则的对比

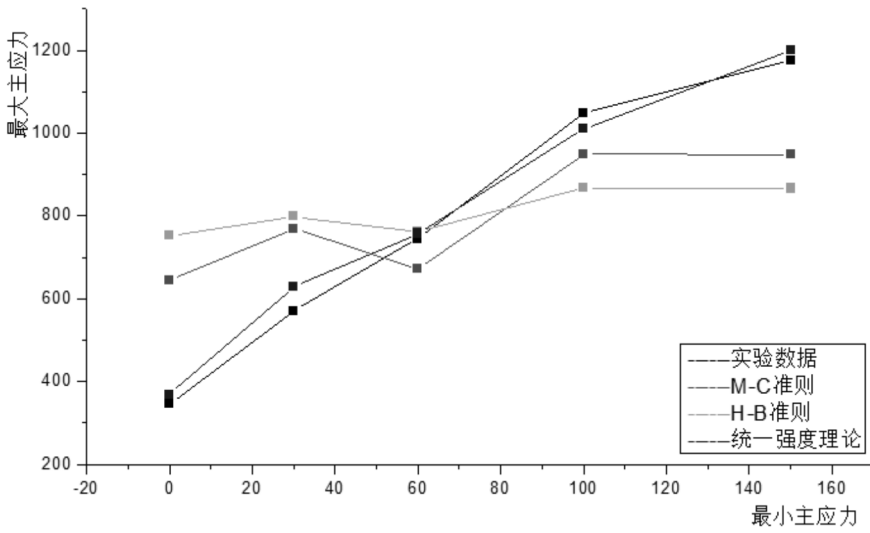


图 5 角闪岩三轴试验数据与三种强度准则的对比

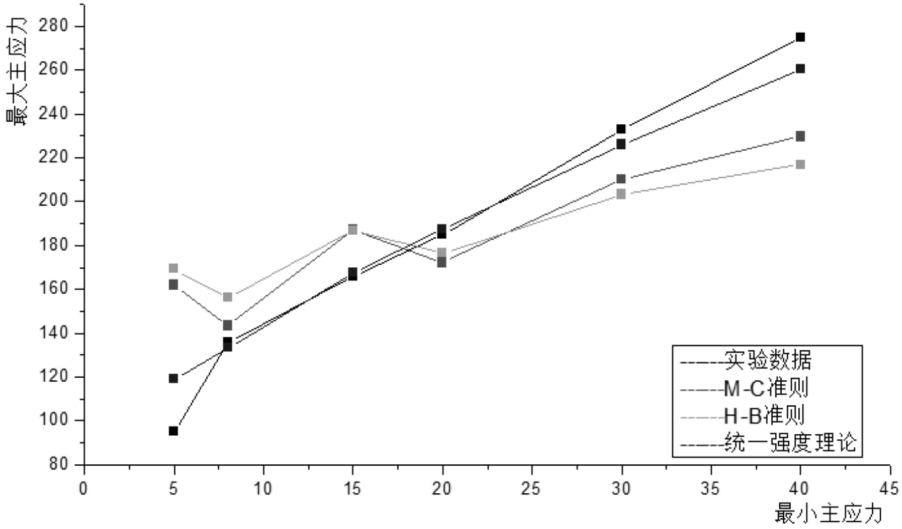


图 6 砂岩三轴试验数据与三种强度准则的对比

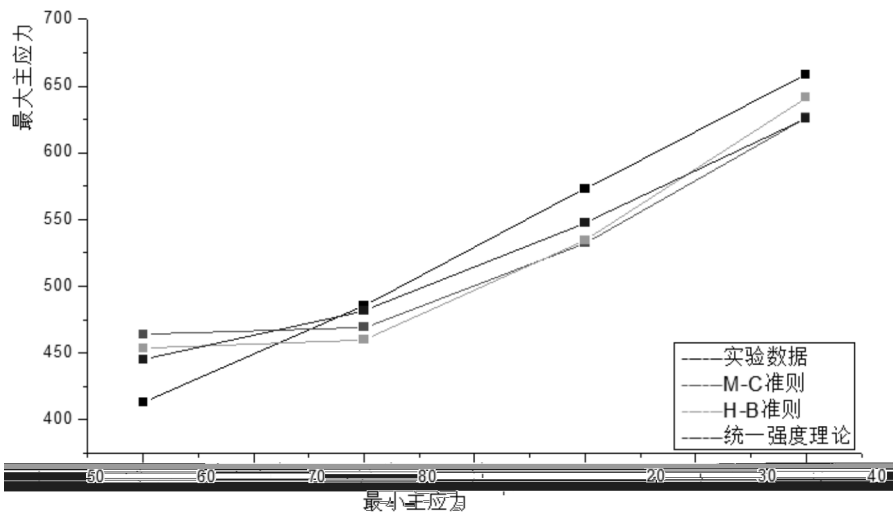


图 7 石灰岩三轴试验数据与三种强度准则的对比

从图2—图7可以看出,基于岩石非线性统一强度理论下对6种岩石的真三轴实验数据进行拟合时,比Hoek—Brown强度准则和Mohr—Coulomb强度准则更加接近试验情况。由此可以认为岩石非线性统一强度理论能够较高精度地评估岩石的真三轴试验强度。

4 结论

本文通过1stOpt软件对6种岩石的真三轴试验数据进行参数拟合,得出岩石非线性统一强度理论与Hoek—Brown强度准则和Mohr—Coulomb强度准则相比,平均相对误差是最小的,对6种岩石而言,其平均相对误差最大为10.4%,最小为3.3%,跟试验数据吻合的较好。

通过计算值与实测值对比可知,基于岩石非线性统一强度理论下对6种岩石的真三轴实验数据进行拟合时,比Hoek—Brown强度准则和Mohr—Coulomb强度准则更加接近试验情况。由此可以认为岩石非线性统一强度理论能够较高精度地评估岩石的真三轴试验强度。

参考文献:

- [1] 答月稳,俞茂宏.岩石广义非线性统一强度理论[J].西南交通大学学报,2013,48(4):616—624.
- [2] 路德春,姚仰平,邹博.广义非线性强度理论体系[J].岩土力学,2007,28(10):2009—2016.
- [3] Singh Bhawani, Goel R K, Mehrotra V K, et al. Effect of intermediate principal stress on strength of anisotropic rock mass [J]. Tunnelling and Underground space Technology, 1998, 13(1): 71—79.
- [4] 余诗刚,董陇军.从文献统计分析看中国岩石力学进展[J].岩石力学与工程学报,2013,32(3):442—464.
- [5] 俞茂宏.强度理论新体系:理论发展和应用[M].西安:西安交通大学出版社,2011:75—95.
- [6] 答月稳,俞茂宏,王思敬.岩石的非线性统一强度准则[J].岩石力学与工程学报,2002,21(10):1435—1441.
- [7] Hoek E, Brown E T. Empirical strength criterion for rock masses [J]. ASCE Journal of Geotechnical Engineering Division, 1980, 106(9): 1013—1035.
- [8] HOEK E, WOOD D, SHAH S. A modified Hoek—Brown criterion for jointed rock masses[C]// HUDSON J A ed. Proceedings of the Rock Characterization, Symposium of ISRM. London: British Geotechnical Society, 1992: 209—214.
- [9] 朱合华,张琦,章连洋. Hoek—Brown 强度准则研究进展与应用综述[J].岩石力学与工程学报,2013,32(10):1945—1963.
- [10] 李健.大型顺层边坡稳定性分析方法及处治技术优化研究[D].北京:北京科技大学,2014:6.
- [11] 李斌.高围压条件下岩石破坏特征及强度准则研究[D].武汉:武汉科技大学,2015:139.
- [12] 石祥超,孟英峰,李皋.几种岩石强度准则的对比分析[J].岩土力学,2011,32(增刊):209—216.
- [13] 尤明庆.岩石强度准则的数学形式和参数确定的研究[J].岩石力学与工程学报,2010,29(11):2172—2184.
- [14] 张耀平,曹平,董陇军.岩石抗剪强度计算的稳健回归模型及其应用[J].科技导报,2010:91—95.

Comparative Analysis of Strength Criterion Based on 1stOpt

YANG Qun¹, GUO Dong²

(1.Chengdu Normal University, Chengdu 611130;

2.School of civil engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Hoek—Brown strength criterion and Mohr—Coulomb strength criterion are widely used in rock engineering since they were proposed. But because they did not consider the effect of intermediate principal stress and there existed the deficiency in theory and practical application, therefore, many scholars have done the related researches on this question. Yu and Zan, integrated the advantage of unified strength theory and Hoek—Brown strength criterion and proposed a nonlinear unified strength criterion for rocks. This criterion considered the difference of tensile strength and compressive strength of rock, the intermediate principal stress effect, and the nonlinear of the meridian. This paper compares and analyzes the relationship among the nonlinear unified strength criterion and Hoek—Brown strength criterion and Mohr—Coulomb strength criterion. Through the 1stOpt software, the true triaxial test data of six types of rocks is analyzed, and the result shows that the nonlinear unified strength criterion matches well with test result and the true triaxial test of the rock strength can be evaluated with high accuracy.

Key words: Hoek—Brown strength criterion; Mohr—Coulomb strength criterion; nonlinear unified strength criterion; 1stOpt

(实习编辑:杨晓玲 责任校对:曲 比)