

# 基于常微分方程课程教学内容的思考与研究

刘庆辉

(唐山师范学院 数学与信息科学系,河北 唐山 063000)\*

**摘要:**常微分方程是数学与应用数学、信息与计算科学和统计学专业的必修课,也是理工科高等数学的重要内容之一,针对课程中存在的问题,在“强调基础”+“重视应用”+“发展前沿”的教学模式指导下,对常微分方程课程教学内容的改革提出一些思考和建议。

**关键词:**常微分方程;教学改革;教学内容;建模思想

**doi:**10.3969/j.issn.2095-5642.2017.05.115

**中图分类号:**O175.1;G642 **文献标志码:**A **文章编号:**2095-5642(2017)05-0115-03

常微分方程是数学与应用数学、信息与计算科学和统计学专业的必修课,也是理工科高等数学的重要内容之一,在整个数学课程体系中是不可缺少的一个环节,既是数学分析、高等代数的延续,又是进一步学习泛函分析、数学建模、数理方程、数值分析等后续课程必不可少的基础,具有承前启后的作用。通过对本课程的学习,可以使学生掌握数学建模的一些基本方法,初步培养学生使用数学理论分析和解决实际问题的能力,为其将来从事各领域的研究工作打下基础;同时,它也是数学科学联系实际的重要途径之一。因此,对常微分方程的教学改革便显得尤为重要,相关议题也一直是教学工作者研究的热点。为了提高教学质量,加强课程建设,促进学生整体素质,特别是应用能力和创新能力的提高,本文结合本校的实际情况,立足专业建设和发展,在“强调基础”+“重视应用”+“发展前沿”的教学模式指导下,对常微分方程课程教学内容的改革提出一些思考和建议。

## 一、合理选择教材和制定教学内容

国内外关于常微分方程的教材比较多,合理地选择教材和参考书是进行教学的前提。本校是二批本科院校,排名相对靠后,我们选择王高雄等编著的《常微分方程(第三版)》为教材(第一版获国家教委第三届优秀教材一等奖),该教材是常微分方程的入门教材,通俗易懂,与数学分析和高等代数的联系紧密,教材内容“由浅入深,循序渐进”,而且“少而精”,除了重点讲授经典性的传统内容外,也介绍了微分方程的重要分支稳定性理论。本课程安排在第四学期,总学时为32个学时,由于课时较少,因此在教学内容的安排上,主要以讲授不同类型方程的解法为主,对一阶微分方程解的存在性定理有较少地涉及,而对非线性微分方程和一阶偏微分方程则不涉及。但是,通过最近几年的教学发现,这样的内容安排越来越不能适应社会和科学发展的需要,比如在研究生入学考试中,很多学校将微分方程解的稳定性以及偏微分方程都列在考试范围之内;另外,在数学建模等后续课程中也涉及偏微分方程和数值解等方面的知识。因此,我们应该重新审视教学内容,更加合理地分配常微分方程经典内容和现代内容的比例,在总学时不变和“强调基础”的前提下,通过与现代化教育手段相结合,引入多媒体辅助教学,采用现代教学方式,充分利用网络课堂和工具;采取灵活的授课和学习方式,例如分组讨论,撰写小论文;重视学生自学以及教师课下的答疑和讲解;适当删减理论性偏

\* 收稿日期:2016-12-11

基金项目:唐山师范学院教育教学改革研究项目(2015001018)

作者简介:刘庆辉(1981—),男,河北邢台人,讲师,硕士研究生,研究方向:函数论。

强,证明过程繁琐的定理等措施,缩短经典内容的授课学时,从而加大对现代内容的讲解力度。

此外,我们还可以通过“分层次”的方法给学生指定合适的参考书,帮助学生加深对定理的分析、证明以及公式、方法的推导过程的理解,提高学习兴趣。比如:东北师范大学数学系编著的《常微分方程》,C. Henry Edwards 和 David E. Penney 编著的《常微分方程基础》等,都是不错的配套参考书,他们的理论知识比较丰富,而且推导过程也比较详细;除此之外,对于数学基础和外语较好的同学建议可以选读国外原版教材,在学习知识的同时,提高自己的阅读能力。

在教学内容的选取上,不应局限于教材本身,教师还应该通过进修、调研、参加研讨班或者参加学术会议等各种方式,了解课程新的教育理念、方法以及研究动态,关注课程的“发展前沿”,提高自身的教学能力和科研水平,并适当选取一些内容作为补充,为学生在查阅文献、发表论文、科研立项和考研等方面提供帮助。

## 二、在教学中渗透建模思想

常微分方程课程的一个特点就是应用性强,在自然科学和社会科学各领域中都有广泛的应用,并取得了很多重要的成果。如果在教学过程中,将这些成果同常微分方程联系起来,对吸引学生的注意力,激发学生的学习兴趣 and 主观能动性,充实课堂教学内容和提高课堂学习效果将起到事半功倍的作用,这不仅是将常微分方程的理论知识与实际应用相结合的一种体现,也是高等学校培养应用型人才的需要。例如:在讲授常微分方程通解和特解的概念时,可以结合物理中的自由落体运动,使学生对相关概念的理解更为深刻;在讲授一阶常微分方程时,通过引入 RC 串联电路模型(变量分离方程),探照灯反射面镜面的形状模型(齐次方程),logistic 模型(人口增长模型)和 SIS 模型(传染病模型)(伯努利方程),加深对各类方程的认识;在讲授二阶常微分方程时,可以引入数学摆的振动模型,其中在对强迫振动模型进行求解时还可以引出降阶法的概念;在讲授常微分方程组时,可以引入 Volterra 模型(生物种群生态模型),而且它对帮助我们理解常微分方程的稳定性理论有很大的帮助;除了这些经典模型之外,还可以适当加入与全国大学生数学建模竞赛有关的微分方程模型,这里就不再一一赘述。

数学模型的建立是一个系统工程,相对比较复杂,因此在授课时,需要注意以下几点:1、需要结合新的教育技术和辅助手段,这样可以减少教师板书的时间,增加更多讲解的时间;2、模型的选择要恰当,过于简单的模型学习起来没有兴趣,而太复杂的理解起来也比较困难,要与常微分方程内容有机结合起来,突出建模思想和方法,起到画龙点睛的作用;3、以学生为主,注重培养学生应用数学知识解决问题的意识和能力,使学生初步掌握常微分方程的基本方法;4、引入模型教学的目的是帮助学生了解到很多实际问题可以通过建立常微分方程模型来解决,使一些枯燥的数学问题变得更加直观,但要避免出现喧宾夺主的情况。在课堂教学之外,也可以通过布置一些开放性的应用问题,让学生按数学建模的要求来解答,不断强化和巩固学生处理实际问题的能力,切实做到将所学的理论应用于实际。

## 三、引入数学软件辅助教学

常微分方程的教学重点是研究各类方程的解法以及讨论解的性质,在日常教学中,经常涉及繁琐的数学符号和复杂的图形,这给教学带来了很大的困难。计算机数学软件是专门为进行数学公式,函数与数据的计算和处理而设计的计算机软件,使用计算机数学软件可大大促进常微分方程的学习、教学和研究;一方面,可以让教师和学生摆脱繁难的数学演算和数值计算,将更多的时间和精力放在课堂教学和听课上面;另一方面,通过数学软件的数值计算和绘图功能,不仅可以将难以理解的概念和难以想象的图形直观地表示出来,而且还可以直接对常微分方程进行求解,包括解析解和数值解,并进行数值模拟,这在一定程度上可以激发学生学习的兴趣,培养学生借助数学软件分析、解决实际问题的能力。

数学软件对常微分方程的辅助作用主要体现在:1.计算指数函数、矩阵特征值和特征向量以及代数方程与方程组的解;2.绘制一阶微分方程的方向场和积分曲线图、轨线图、微分方程数值解及其图形;3.对常微分方程和方程组的特殊求解与直接求解。目前,在常微分方程中常用的数学软件有 Mathematica、Matlab 和

Maple,其中 Mathematica 语言多用于物理专业,其符号运算、数值计算及图形绘制均有特色,具有作图、精确计算、简单的公式推导等功能; Matlab 语言主要用于工程及科学计算领域,在作图、数学计算、工程计算和仿真等方面都有广泛应用; Maple 语言在数学专业较通用,对于微分方程的积分曲线图形可以直接用函数定义,且可同时绘制多条轨线,另外在常微分方程的稳定性理论方面也有一定的应用,三种软件各有特色,在具体使用时只需精通一种数学软件即可。虽然计算机数学软件具有强大的功能,但是受限于各种实际条件,它只能作为辅助学习工具,不能用计算机替代必要的学习和练习。

#### 四、结束语

常微分方程课程教学内容的改革任重而道远,教育工作者要用科学发展的眼光、循序渐进的方式不断对其进行革新,进而提高学生学习的积极性和主动性,培养学生分析问题、解决问题的能力,激发学生的创新能力,为社会培养具有高素质应用型人才。

#### 参考文献:

- [1] 王高雄,周之铭,朱思铭,王寿松. 常微分方程(第三版)[M]. 北京:高等教育出版社,2006:142-172.
- [2] 益林种,乐群彭,刘炳文. 常微分方程及其 Maple、Matlab 求解[M]. 北京:清华大学出版社,2007.
- [3] 李大潜. 将数学建模思想融入数学类主干课程[J]. 中国大学数学,2006(1):9-11.
- [4] 李姝敏. 数学软件 Maple 在常微分方程教学中的应用[J]. 阴山学刊,2013,27(4):55-57.

### Research on the Reform of Teaching Content of Ordinary Differential Equation

LIU Qing-hui

(Department of Mathematics and Information Science, Tangshan Normal University,  
Tangshan 063000, China)

**Abstract:** Ordinary differential equation is one of the required courses in mathematics and applied mathematics, information and computation science and statistics. It is also an important content of advanced mathematics in science and engineering. According to the existing problems in the course, this paper puts forward some thoughts and suggestions on teaching content reform of ordinary differential equation under the teaching model guidance of "emphasis on basic", "paying attention to applications" and "developing frontier" teaching model guidance.

**Key words:** ordinary differential equation; teaching reform; teaching content; modeling idea

(实习编辑:杨晓玲 责任校对:曲 比)